



# Instabilité d'une couche de cisaillement au-dessus d'un disque en rotation

Sébastien Poncet, Marie-Pierre Chauve

## ► To cite this version:

Sébastien Poncet, Marie-Pierre Chauve. Instabilité d'une couche de cisaillement au-dessus d'un disque en rotation. CFM07, Aug 2007, Grenoble, France. pp.1-6. hal-00170260

**HAL Id: hal-00170260**

**<https://hal.science/hal-00170260>**

Submitted on 7 Sep 2007

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## Instabilité d'une couche de cisaillement au-dessus d'un disque en rotation

Sébastien Poncet\*, Marie-Pierre Chauve<sup>+</sup>

\*MSNM-GP, UMR 6181, CNRS – Universités d'Aix-Marseille  
IMT La Jetée, Technopôle Château-Gombert, 38 rue F. Joliot-Curie, 13451 Marseille  
poncet@l3m.univ-mrs.fr

<sup>+</sup>IRPHE, UMR 6594, CNRS – Universités d'Aix-Marseille  
Technopôle Château-Gombert, 49 rue F. Joliot-Curie, 13384 Marseille

### Résumé :

Cette étude expérimentale porte sur l'instabilité d'une couche de cisaillement au-dessus d'un disque en rotation avec surface libre. Cette instabilité est caractérisée par visualisations de l'écoulement pour une large gamme des paramètres de contrôle: le rapport d'aspect  $G$  de la cavité, le nombre de Reynolds global  $Re$  et le rapport  $s$  entre les rayons intérieur et extérieur du disque tournant. Cette instabilité spectaculaire se développe le long du cylindre extérieur sous la forme de polygones à  $m$  côtés. Ce nombre  $m$  dépend d'un nombre d'Ekman basé sur la hauteur d'eau au repos, ce qui confirme la nature « stewartsonienne » de la couche limite. Le seuil d'apparition du premier mode est constant si l'on considère le nombre de Reynolds mixte proposé par Niino and Misawa (1984). Pour des larges valeurs de  $s$ , une instabilité se développe le long du cylindre intérieur sous la forme de petites cellules.

### Abstract :

The shear-layer instability in the flow over a rotating disk with a free surface is investigated by flow visualizations for a wide range of the flow parameters: the aspect ratio  $G$  of the cavity, the Reynolds number  $Re$  and the radius ratio  $s$  between the inner and outer radii of the rotating disk. This instability develops along the cylindrical shroud as sharp-cornered polygonal patterns characterized by the number of vortices  $m$ . This number  $m$  can be scaled by considering an Ekman number based on the water depth at rest, which confirms that the shroud boundary layer is of Stewartson type. The appearance threshold of the first polygonal mode is constant by considering the mixed Reynolds number introduced by Niino and Misawa (1984). For large values of  $s$ , the instability patterns appear along the hub as small cells.

**Mots-clefs : disque tournant ; instabilité ; couche de cisaillement**

### 1 Introduction

Les couches de cisaillement dans les systèmes en rotation rapide, appelées couches de Stewartson, sont présentes dans les océans ou les atmosphères planétaires. L'exemple le plus connu est le « Great Red Spot » de Jupiter. Elles sont le siège d'une instabilité spectaculaire qui, depuis les premiers travaux de Stewartson (1957), a été étudiée dans de nombreuses configurations : deux disques co-rotatifs (Abrahamson *et al.*, 1989), deux disques en contra-rotation (Moisy *et al.*, 2004), cuve parabolique en rotation (Van de Konijnenberg *et al.*, 1999)...

Hide & Titman (1967) ont étudié expérimentalement la stabilité linéaire des couches de Stewartson, qui se développent au-dessus d'un disque tournant suspendu dans une cuve en rotation différentielle. L'instabilité prend la forme d'un polygone composé de  $m$  vortex. Le nombre  $m$  est maximum au seuil et décroît avec la rotation différentielle, ce qui a été confirmé par Abrahamson *et al.* (1989) dans le cas de deux disques co-rotatifs. Niino & Misawa (1984) ont comparé leurs résultats expérimentaux obtenus dans la même configuration avec une analyse de stabilité linéaire appliquée à une couche de cisaillement initialement circulaire. Ils

ont montré que le nombre de vortex  $m$  décroît pour des valeurs croissantes du nombre de Reynolds. Chomaz *et al.* (1988) ont considéré un cylindre fermé par deux plateaux dont la partie centrale est en rotation à la vitesse  $\Omega_1$  et le reste à la vitesse  $\Omega_2$ . Ils ont montré expérimentalement et numériquement que l'instabilité de Kelvin-Helmholtz, qui apparaît alors sous la forme de ces mêmes polygones, dépend fortement du rapport d'aspect de la cavité. Dans une grande cavité, la transition entre les modes  $m$  et  $(m-1)$  est due à des processus locaux. Dans une petite cavité, les transitions apparaissent après une série de bifurcations correspondantes à des ruptures successives de toutes les symétries de l'écoulement.

Vatistas *et al.* (1992) ont considéré un disque tournant dans une cuve cylindrique stationnaire. Ils ont observé les modes  $m=1$  à  $m=11$ , avec  $m$  qui est une fonction croissante du taux de rotation du disque  $\Omega$  pour des rapports d'aspect  $0.056 \leq G=e/b \leq 0.079$  ( $e$  la hauteur du fluide au repos et  $b$  le rayon du disque), ce qui a été confirmé expérimentalement par Jansson *et al.* (2006). Pour  $G=0.04$  et  $G=0.175$ , l'évolution de  $m$  avec  $\Omega$  est non monotone et un fort hystérésis est obtenu sur la séquence des modes et les seuils d'apparition des structures.

## 2 Dispositif expérimental

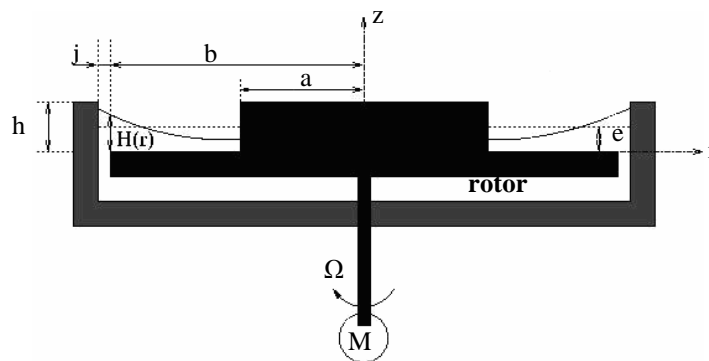


FIG. 1 – Dispositif expérimental.

La cavité présentée à la figure 1 est composée d'un disque lisse en rotation de rayon  $b=140$  mm entouré d'un cylindre fixe de rayon  $b+j$  avec  $j=0.85 \pm 0.05$  mm. Un cylindre de rayon  $a=[40; 75; 105]$  mm peut être fixé ou non au centre du disque. La hauteur des cylindres est fixe :  $h=20$  mm. La vitesse de rotation du disque  $\Omega$  peut être ajustée entre 0 et 250 tr/min à 0.2% près. Le fluide est de l'eau à une température constante de 20°C ( $\nu=10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s) dont la hauteur d'eau au repos  $e$  peut varier entre 0 et 15 mm. On définit les coordonnées axiale  $z^*$  et radiale  $r^*$  par :  $z^*=z/H$  et  $r^*=r/b$ , avec  $H(r)$  la hauteur d'eau locale.  $z^*=0$  est obtenu sur le disque et  $z^*=1$  à la surface libre. Il a été vérifié expérimentalement que le profil de  $H(r)$  est parabolique et s'exprime pour  $s=0$  par :  $H(r)=e+\Omega_f^2(r^2-b^2/2)/(2g)$  avec  $g=9.81$  m/s<sup>2</sup>. Le taux de rotation du fluide  $\Omega_f$  est proportionnel à celui du disque :  $\Omega_f=K\Omega$  avec  $K=0.84 \pm 0.05$  (mesuré par LDV pour diverses positions  $(r^*, z^*)$ ).

L'écoulement dépend principalement de trois paramètres de contrôle : le nombre de Reynolds de rotation  $Re=\Omega b^2/\nu \leq 1.2 \times 10^5$  basé sur le rayon extérieur du disque, le rapport d'aspect de la cavité  $G=e/b \leq 0.107$  et le rapport des rayons  $s=a/b=[0; 0.286; 0.536; 0.75]$ .

Afin de visualiser les instabilités, on ajoute à l'eau des particules de « kalliroscope » ( $30 \times 6 \times 0.07$  μm), ayant un fort indice de réflexion de la lumière et une sédimentation lente et on éclaire l'écoulement par un néon circulaire. Une caméra placée au-dessus du disque permet d'acquérir 25 images par seconde avec une résolution de 768 par 576 pixels.

La stabilité de l'écoulement de base est très sensible aux conditions initiales et aux variations du taux de rotation. Ainsi, pour imposer un cisaillement « continu », on choisit d'augmenter  $\Omega$  par pas de un tr/min. Tant que le nombre de vortex est constant, l'ajustement de

l'écoulement aux variations de  $\Omega$  est presque instantané (Bergeron *et al.*, 2000). Par contre, l'échelle de temps associée à la transition entre deux modes est proche du temps d'Ekman  $b/(\nu\Omega)^{1/2}$ . La même procédure est appliquée pour des valeurs décroissantes de  $\Omega$ .

### 3 Résultats et discussion

#### 3.1 Structure de l'écoulement pour $s=0$

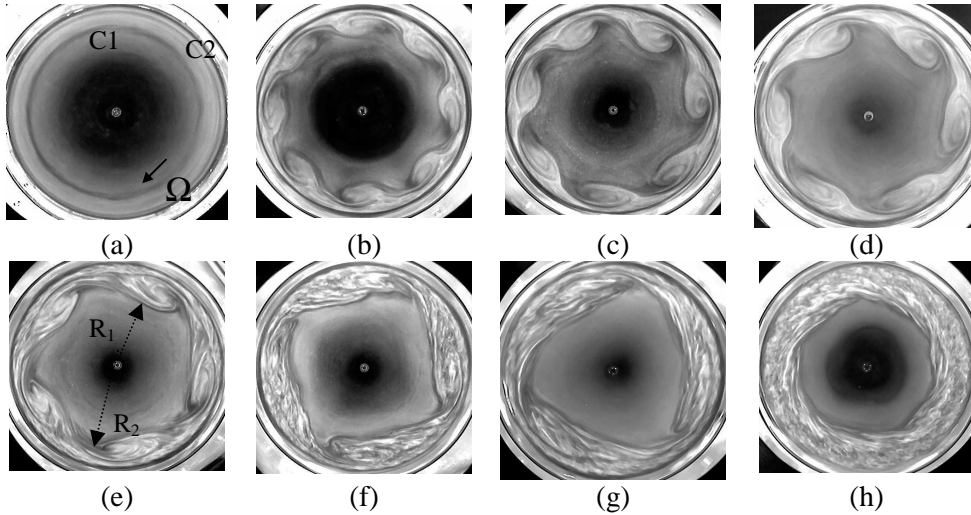


FIG. 2 – (a)  $m=0$ ,  $G=0.0179$ ,  $Re=38998$  ; (b)  $m=8$ ,  $G=0.0179$ ,  $Re=51313$  ; (c)  $m=7$ ,  $G=0.0286$ ,  $Re=43101$  ; (d)  $m=6$ ,  $G=0.0429$ ,  $Re=34893$ , (e)  $m=5$ ,  $G=0.0429$ ,  $Re=45155$ , (f)  $m=4$ ,  $G=0.0429$ ,  $Re=61575$ , (g)  $m=3$ ,  $G=0.0714$ ,  $Re=49260$ , (h)  $m=0$ ,  $G=0.0714$ ,  $Re=102625$ .

Le cisaillement est ici créé entre le cylindre extérieur fixe et le fluide en rotation quasi-solide à  $\Omega_f = K\Omega$ . L'instabilité qui en résulte apparaît sous la forme d'un polygone à  $m$  côtés, avec  $m$  compris entre 0 (Fig.2h) et 8 (Fig.2b). Dans la même configuration mais pour des valeurs de  $G$  plus grandes, Jansson *et al.* (2006) ont obtenu les modes allant jusqu'à  $m=6$ . La figure 2e présente le mode  $m=5$  obtenu pour  $s=0$ ,  $Re=45155$  et  $G=0.0429$ . L'écoulement se divise en deux principales régions : une région laminaire au centre du disque ( $0 \leq r^* \leq 0.64$ ) et une région turbulente le long du cylindre extérieur où se développent de larges vortex. La région turbulente contient cinq vortex en contra-rotation (par rapport au disque) distribués le long d'un rayon critique  $r_c^* = (R_1 + R_2)/2$  ( $R_1$  et  $R_2$  sont définis Fig.2e) qui est constant quelque soit le mode observé :  $r_c^* \sim 0.73$ . Dans le référentiel du laboratoire, ils tournent avec une vitesse égale à  $0.79 \Omega$ . Cette valeur est en bon accord avec celle obtenue par Abrahamson *et al.* (1989) pour le même mode :  $0.75 \Omega$ . Ces vortex sont responsables de la déformation de la région laminaire.

#### 3.2 Diagramme de transition pour $s=0$

Les figures 3a et 3b présentent les diagrammes de stabilité de l'écoulement de base dans le plan  $(m, Re)$  pour deux rapports d'aspect. Les flèches pleines représentent des phases où le nombre de Reynolds augmente (spin-up) et les flèches en pointillés représentent des phases où le nombre de Reynolds diminue (spin-down). Pour  $G=0.0714$  (Fig.3a), l'écoulement devient instable au-dessus d'un premier seuil  $Re=4105$  et le mode axisymétrique noté  $m=0$  apparaît sous la forme d'un cercle C1 (Fig.2a), qui se déplace légèrement vers le centre du disque pour des valeurs croissantes de  $Re$ . Un second cercle C2 apparaît le long du cylindre extérieur, se

déplace vers le centre du disque et interagit avec le premier pour  $Re=16420$ . L'instabilité de la couche de cisaillement se développe alors sous la forme d'un polygone à  $m=5$  côtés (Fig.2e). Lorsque le nombre de Reynolds augmente au-delà de ce premier seuil, il se produit une série de deux bifurcations par brisures de symétrie. Chaque bifurcation est caractérisée par une réduction du nombre de vortex. La transition du mode  $m=5$  au mode  $m=4$  (Fig.2f) se produit au-dessus d'un troisième seuil  $Re=36945$ . Le domaine d'existence du mode 4 est étroit, contrairement au mode  $m=3$  (Fig.2g), qui subsiste pour  $43103 \leq Re \leq 102625$ . Pour des nombres de Reynolds supérieurs, on retrouve un état axisymétrique  $m=0$  (Fig.2h) mais l'écoulement en périphérie est pleinement turbulent. La physique est complètement différente pour des grands rapports d'aspect : Jansson *et al.* (2006) ont reporté que  $m$  augmente pour des valeurs croissantes de  $Re$ . Ceci peut être attribué également au large espace radial entre le disque et le cylindre présent dans leur expérience et qui modifie fortement le cisaillement.

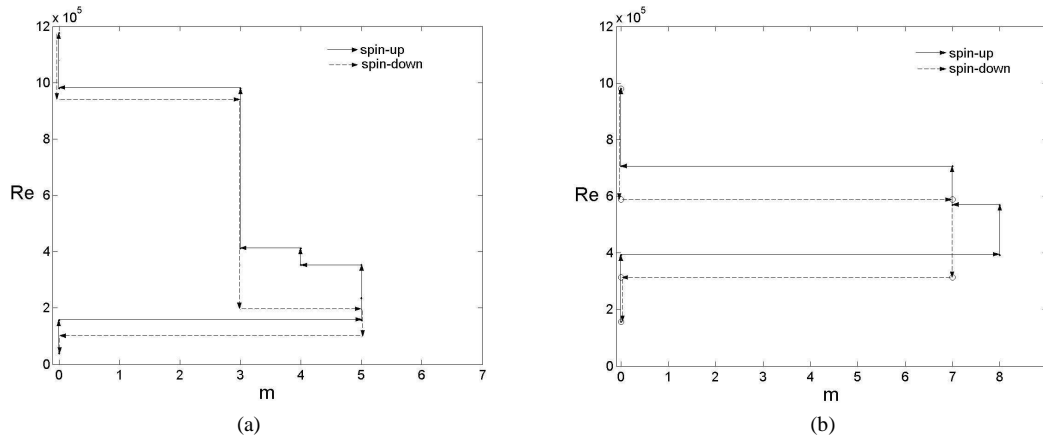


FIG. 3 – Diagrammes de stabilité : (a)  $G=0.0714$ , (b)  $G=0.0179$ .

Durant la phase de spin-down, seuls les modes  $m=0$ , 3, 5 et 0 sont successivement obtenus. Par rapport à la phase de spin-up, la séquence a donc été modifiée et les seuils légèrement décalés vers les faibles valeurs de  $Re$ . L'écoulement redevient finalement stable pour  $Re=4105$ . Il est à noter que le mode  $m=4$  n'a pas été observé, ce qui peut être attribué à un changement trop rapide de vitesse de rotation ou à du bruit, comme le suggèrent Bergeron *et al.* (2000).

Lorsque le rapport d'aspect  $G$  diminue, le nombre de vortex du premier mode diminue: de  $m=5$  pour  $G=0.0714$  (Fig.3a) à  $m=8$  pour  $G=0.0179$  (Fig.3b).  $N$  structures polygonales sont observées durant la phase de spin-up et  $(N-1)$  durant celle de spin-down. Ce nombre diminue de  $N=3$  pour  $G=0.0719$  à  $N=2$  pour  $G=0.0179$ . Les seuils sont légèrement décalés vers les valeurs plus faibles de  $Re$  lorsque  $G$  diminue. L'hystérésis sur les seuils est plus fort pour  $G=0.0179$ . Toutes les observations sont en bon accord avec les expériences de Chomaz *et al.* (1988) et Moisy *et al.* (2004), dans lesquelles un fort hystérésis est observé sur la séquence des modes, bien qu'aucun hystérésis est obtenu sur les valeurs seuils.

La figure 4a présente le diagramme de stabilité marginale du premier mode polygonal instable dans le plan  $(Re, G)$  pour une phase de spin-up. Pour des grands rapports d'aspect, le premier mode apparaît pour des faibles taux de rotation et le nombre de vortex  $m$  est réduit. Lorsque  $G$  diminue,  $Re$  et  $m$  augmentent. Les modes 4 à 8 ont été obtenus pour  $s=0$  et  $G \leq 0.12$ . Moisy *et al.* (2004) et Schaeffer et Cardin (2005) reportent dans deux géométries différentes que le nombre de vortex  $m$  du premier mode instable est proportionnel au nombre d'Ekman  $E_e = \nu/(\Omega e^2)$  basé sur la hauteur d'eau au repos  $e$ , à la puissance  $-1/4$ . Cette dépendance est également obtenue ici (Fig.4b) :  $m \sim 2.26 \times E_e^{-1/4}$ . Ce résultat confirme que la couche limite du cylindre extérieur est une couche de Stewartson dont l'épaisseur est donnée par :  $b \times E_e^{1/4}$ .

Niino et Misawa (1984) proposent un nombre de Reynolds  $Re_{NM}=VL/\nu$  comme seul paramètre gouvernant la stabilité de l'écoulement de base. Dans le cas présent,  $V$  est la vitesse maximum de l'écoulement  $\Omega b$  et  $L$  est l'épaisseur de la couche de cisaillement dont l'expression est donnée par ces mêmes auteurs :  $L=(E_e/4)^{1/4}\lambda e$ . Ainsi, le nombre de Reynolds critique se définit par :  $Re_{NM}=b(\Omega/\nu)^{3/4}(e/2)^{1/2}$ . Nous avons vérifié que ce nombre de Reynolds critique pour l'apparition du premier mode polygonal est bien constant :  $Re_{NM}=62$  (Poncet & Chauve, 2007). Cette valeur est à comparer avec celle trouvée par Niino et Misawa (1984) :  $Re_{NM}=11.7$ .

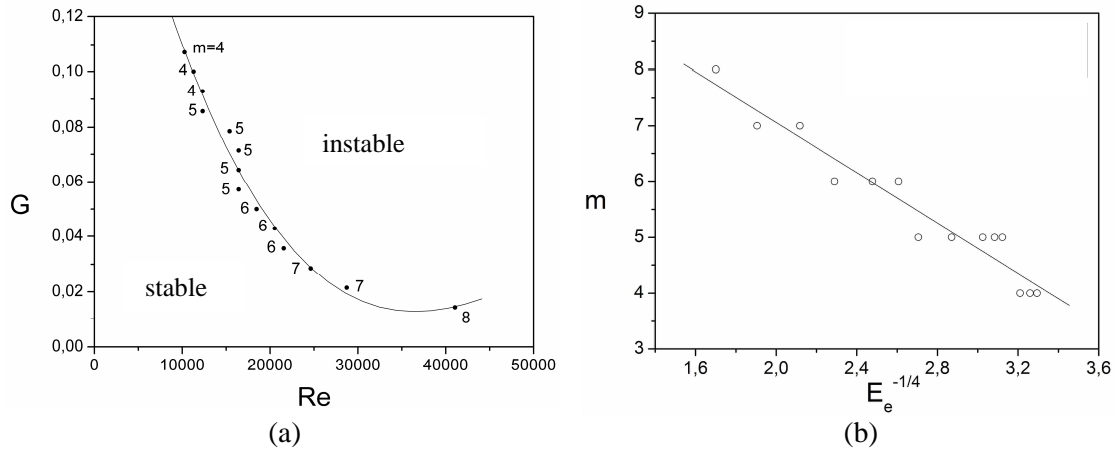


FIG. 4 – (a) Courbe de stabilité marginale du premier mode dans le plan  $(Re, G)$  (spin-up) ; (b) Nombre de vortex du premier mode en fonction du nombre d'Ekman  $E_e$  (spin-up).

### 3.3 Influence du rapport des rayons $s$

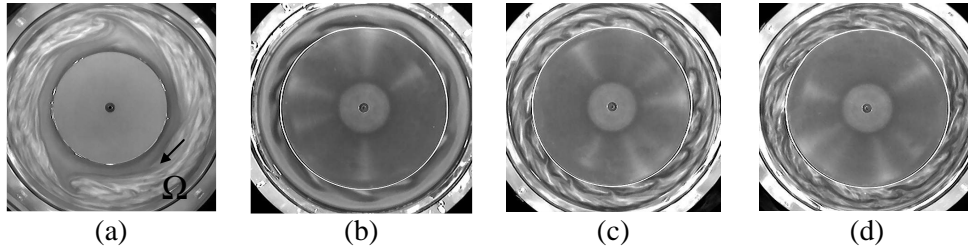


FIG. 5 – (a) Mode  $m=2$  pour  $s=0.536$ ,  $G=0.0714$  et  $Re=41050$  (spin-down). Instabilité sur le cylindre intérieur pour  $s=0.75$ ,  $G=0.0714$  (spin-up) : (b)  $Re=10263$ , (c)  $Re=24630$ , (d)  $Re=34893$ .

Quatre valeurs du paramètre  $s$  ont été considérées en faisant varier le rayon du cylindre intérieur. Ce paramètre modifie légèrement la vitesse de rotation du fluide, qui se rapproche de celle du disque pour des valeurs croissantes de  $s$ . Ceci induit que la surface libre est donc de plus en plus déformée lorsque  $s$  augmente. Ainsi les mêmes modes par rapport au cas  $s=0$  sont observés tant que  $s \leq 0.536$  mais les seuils sont décalés et les séquences légèrement modifiées (Poncet & Chauve, 2007). Il est à noter que le mode  $m=2$  a été observé pour  $s=0.536$ ,  $G=0.0714$  et  $32840 \leq Re \leq 41050$  mais seulement durant la phase de spin-down (Fig.5a).

Le rayon critique  $r_c^*$  vaut toujours 0.73 quelque soit la valeur de  $s$ . Ainsi pour  $s=0.75$ , le rayon du cylindre intérieur est supérieur au rayon critique d'apparition des structures et l'instabilité ne peut plus se développer sous la forme de polygones. Pour  $G \geq 0.0714$  et  $Re=10263$ , il apparaît une nouvelle instabilité sur le cylindre intérieur sous la forme de 10

petites cellules (Fig.5b) qui ont un comportement non monotone en fonction du nombre de Reynolds. Elles fusionnent en 9 cellules pour  $Re=16420$  avant de se diviser en 11 cellules pour  $Re=20525$  puis 12 cellules pour  $Re=24630$  (Fig.5c). Le nombre de cellules diminue jusqu'à 8 pour  $Re \geq 28735$  (Fig.5d). L'écoulement devient ensuite pleinement turbulent pour  $Re=36945$ .

#### 4 Conclusions

Nous avons présenté des visualisations d'une instabilité qui se développe dans l'écoulement au-dessus d'un disque en rotation avec surface libre. L'écoulement devient instable au-delà d'un premier seuil  $Re_{NM}$ . Une instabilité apparaît alors sous la forme d'un polygone avec  $m$  vortex. Le nombre de vortex du premier mode instable est proportionnel au nombre d'Ekman basé sur la hauteur d'eau au repos à la puissance  $-1/4$ , montrant ainsi que la couche limite sur le cylindre extérieur est de type Stewartson. Le nombre de Reynolds critique pour l'apparition du premier mode est constant  $Re_{NM}=62$ , ainsi que le rayon critique d'apparition :  $r_c^*=0.73$ . Pour un rapport d'aspect donné et des valeurs croissantes du nombre de Reynolds, le nombre de vortex diminue de  $m$  jusqu'à  $m-2$  dans la plupart des cas. Pour des valeurs décroissantes du nombre de Reynolds, un fort hystérésis apparaît pour les modes et pour les seuils d'apparition des structures, ce qui confirme les résultats de Chomaz *et al.* (1988). Pour un taux de rotation donné, le nombre de vortex augmente pour des valeurs décroissantes du rapport d'aspect. Le développement de la précédente instabilité est contraint par la géométrie du système. Lorsque le rayon du cylindre intérieur augmente au-dessus d'une valeur critique, une nouvelle instabilité se développe sous la forme de cellules attachées au cylindre intérieur.

#### Références

- Abrahamson, S.D., Eaton, J.K. & Koga, D.J. 1989 The flow between shrouded corotating disks. *Phys. Fluids A* **1** (2), 241-251
- Bergeron, K., Coutias, E.A., Lynov, J.P. & Nielsen, A.H. 2000 Dynamical properties of forced shear layers in an annular geometry. *J. Fluid Mech.* **402**, 255-289
- Chomaz, J.M., Rabaud, M., Basdevant C. & Couder, Y. 1988 Experimental and numerical investigation of a forced circular shear layer. *J. Fluid Mech.* **187**, 115-140
- Herrero, J., Giralt, F. & Humphrey, J.A.C. 1999 Influence of the geometry on the structure of the flow between a pair of corotating disks. *Phys. Fluids* **11** (1), 88-96
- Hide, R. & Titman, C.W. 1967 Detached shear layers in a rotating fluid. *J. Fluid Mech.* **29**(1), 39-60
- Jansson, T.R.N., Haspang, M.P., Jensen, K.H., Hersen, P. & Bohr, T. 2006 Polygons on a Rotating Fluid Surface, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 174502-1-4
- Moisy, F., Doaré, O., Pasutto, T., Daube, O. & Rabaud, M. 2004 Experimental and numerical study of the shear-layer instability between two-counter-rotating disks. *J. Fluid Mech.* **507**, 175-202
- Niino, H. & Misawa, N. 1984 An experimental and theoretical study of barotropic instability. *J. Atmos. Sci.* **41**, 1992-2011
- Poncet, S. & Chauve, M.-P. 2007 Shear-layer instability in a rotating system. *J. Flow Visualization & Image Processing* **14**, 1-21
- Schaeffer, N. & Cardin, P. 2005 Quasigeostrophic model of the instabilities of the Stewartson layer in flat and depth-varying containers. *Phys. Fluids* **17**
- Stewartson, K. 1957 On almost rigid rotations. *J. Fluid Mech.* **3**, 17-26
- Van de Konijnenberg, J.A., Nielsen, A.H., Juul Rasmussen, J. & Stenum, B. 1999 Shear-flow instability in a rotating fluid. *J. Fluid Mech.* **387**, 177-204
- Vatistas, G.H., Wang, J. & Lin, S. 1992 Experiments on waves induced in the hollow core of vortices, *Experiments in Fluids* **13**, 377-385